

Krzysztof Żuławiński

Instytut Nafty i Gazu – Państwowy Instytut Badawczy

Modelowanie pola falowego przy użyciu równania jednostronnego w ośrodkach o zmiennej anizotropii poprzecznej

Modelowanie sejsmiczne przy użyciu jednostronnego równania w wersji pseudoakustycznej jest stosunkowo efektywną procedurą dla fal podłużnych propagujących w ośrodku izotropowym i anizotropowym opisanym parametrami Thomsena, a więc cechującym się słabą izotropią poprzeczną. W ośrodkach o zmiennych parametrach anizotropii lub różnych jej typach pojawia się problem aplikowania tej metody. Pionowe wektory falowe po przejściu z dziedziny współrzędnych przestrzennych do dziedziny liczb falowych obliczane są dla całego ośrodka. Modyfikacja wynikająca z występującej w modelowanym ośrodku anizotropii obejmuje więc całość modelu i propagujących w nim fal. Jest to istotne ograniczenie metody pseudospektralnej, ponieważ naturalna wydaje się budowa modelu ośrodka z lokalnie występującą anizotropią lub anizotropiami różnych typów, na przykład modelu z wkładkami anizotropowymi symulującymi spękania lub szczeliny w warstwie. Stosowana przez nas metoda modelowania oparta jest na określeniu czasowej częstości własnej równania dyspersyjnego uzyskanego z pełnego równania falowego, część teoretyczna opisuje detalicznie cały proces, szczególnie intensywne zastosowanie transformaty Fouriera, odgrywającej kluczową rolę w obliczeniach. W artykule pokazano rozwinięcie modelowania rozprzestrzeniania się fali w przypadku podziału ośrodka na części z różnymi typami anizotropii lub anizotropii i izotropii. Oparto go na podziale na obszary o różnych typach anizotropii, w których sygnał propaguje zgodnie z przypisanym mu zestawem liczb falowych w ich dziedzinie i jest łączony w pełne pole falowe we współrzędnych przestrzennych. Zaprezentowano przykłady takiego modelowania z falą wzbudzoną punkto-wo, dzięki czemu wyraźnie widać, jak czoło fali oddaje charakter ośrodka definiowany przez nachylenie osi symetrii izotropii poprzecznej oraz zmianę parametrów Thomsena. Wskazano również możliwości rozszerzenia metody przez podział ośrodka na większą liczbę obszarów lub ciągły rozkład typów i parametrów anizotropii, co wymaga zastosowania splotu dwuwymiarowego.

Słowa kluczowe: słaba anizotropia poprzeczna, parametry Thomsena, propagacja fali podłużnej, modelowanie sejsmiczne.

Wave field modeling by one-side wave equation in alternating transverse isotropy media

Seismic modeling using the one-sided wave equation method with the use of second order pseudo-acoustic equation in wavenumber domain is a relatively efficient procedure for compressional wave propagation in isotropic and anisotropic media. By anisotropic media we mean weak polar anisotropy (transverse isotropy) determined by Thomsen anisotropic parameters. In complex media, where different types of anisotropy coexist, there is the problem with application of this seismic modeling process. Wavenumbers after transformation from spatial coordinates to wavenumber domain are computed for the whole medium. The consequent impact of anisotropy parameters, affects the whole medium and all propagating waves. This is significant limitation of the pseudo-spectral method, since a model of a medium with fragmentary occurring anisotropy or anisotropies of various types seems to be more realistic and useful, the models with sequences of generally horizontal, isotropic layers insert or cracked shale layer insert in isotropic medium for instance. The applied method is based on the solution of the full system of elastic equations, from which the eigenvalue frequency is determined. The theoretical part of this paper sets out the whole procedure in full details, particularly intensive application of the Fourier transform, playing a key role in the calculations. The article presents the development of wave propagation modeling in the case of division of the medium into parts with various types of TI anisotropy or anisotropy and isotropy. The modeled area is divided into distinct parts, in which longitudinal waves propagate according to a proprietary set of wavenumbers and are concatenated into a full wavefield in the spatial coordinate domain. In the presented examples of the described modeling the wave is generated by a point source and thus the wavefronts distinctly map the property of media characterized by the tilt of symmetry axis and the alteration of Thomsen parameters. The capabilities for further development of the method by division into more distinct areas and even by the application of the continuous distribution of parameters and anisotropy types are indicated, though two-dimensional convolution would be necessary.

Key words: weak elastic anisotropy, Thomsen parameters, longitudinal waves propagation, seismic modeling.

Wstęp

Modelowanie sejsmiczne przy użyciu równania jednostronnego stosowane dla offsetów zerowych i niezerowych stanowi efektywne i precyzyjne narzędzie. Opracowane w INiG – PIB metody numeryczne pozwalają na modelowanie propagacji fali podłużnej w ośrodku niejednorodnym, zróżnicowanym pod względem prędkości fali, izotropowym albo anizotropowym, w przypadku słabej anizotropii poprzecznej opisywanej równaniami Thomsena, dla różnych typów tej anizotropii, a mianowicie VTI, TTI oraz HTI.

Pseudoakustyczne równania falowe (w dziedzinie współrzędnych i czasu) wyprowadzone przez Alkhalifaha [1, 2] są podstawą w implementacji fal P zarówno w ośrodkach izotropowych, jak i anizotropowych. Relacje te modyfikowa-

no i aplikowano do różnych ośrodków, jak VTI [4, 5, 16] i TTI [13–15].

Kostecki i in. [7] zaprezentowali inną koncepcję modelowania sekcji czasowych zero-offset opartą na określeniu czasowej częstości własnej równania dyspersyjnego uzyskanego z pełnego równania falowego sprężystości dla ośrodka TTI o zmiennym kącie nachylenia. W szczególnych przypadkach w wersji 2D uzyskuje się rozwiązania dla modelu VTI oraz dla modelu HTI o dowolnym kącie między płaszczyzną modelowanego ośrodka a osią symetrii anizotropii.

Modelowanie sejsmiczne zero-offsetowe było rozwijane w INiG – PIB w ramach projektów badawczych GASLUP-SEJSM w latach 2013–2017.

Podstawy teoretyczne

Wyjściowym równaniem do modelowania propagacji fali podłużnej w rozpatrywanym przypadku jest:

$$\frac{1}{V_p^2} \frac{\partial^2 P(k_x, k_z, t)}{\partial t^2} = -k_a^2 P(k_x, k_z, t) \quad (1)$$

równanie falowe drugiego rzędu w dziedzinie liczb falowych, zwane pseudoakustycznym, w którym prędkość fal poprzecznych $V_{SV} = 0$, $k_a^2 = k_x^2 + k_z^2$ jest wektorem falowym, $P(k_x, k_z, t)$ – polem falowym w dziedzinie liczb falowych poddanym transformacji Fouriera $F(\omega_a \rightarrow t)$, a V_p odpowiada prędkości fali podłużnej.

Z równania tego otrzymujemy:

$$\frac{\partial P(k_x, k_z, t)}{\partial t} = \pm i V_p k_a P(k_x, k_z, t) \quad (2)$$

czyli jednostronne równanie falowe, w którym o kierunku propagacji stanowi znak \pm , przy układzie współrzędnych x, z , w którym dodatnia oś z skierowana jest „w dół”, znak (+) przypisywany jest fali propagującej „w górę” w kierunku powierzchni rejestracji $z = 0$, znak (–) odpowiednio „w dół”.

Rozwiązaniem powyższego równania jest relacja:

$$P(x, z, t) = \sum_{k_x} \sum_{k_y} \sum_{k_z} P(k_x, k_z, t=0) \exp[i(k_x x + k_z z \pm \omega_a t)] \quad (3)$$

wyrażona przez transformatę Fouriera, w której $i = \sqrt{-1}$, a ω_a jest częstością otrzymywaną z rozwiązania równania dyspersyjnego:

$$\frac{\omega_a^2}{V_p^2} = k_a^2(k_x, k_y, k_z, \theta, \Psi, \varepsilon, \delta) \quad (4)$$

odmiennego dla każdego z rodzajów ośrodka, tj. ośrodka izotropowego, anizotropowych VTI, TTI, HTI, parametry $\theta, \Psi,$

ε, δ opisują ośrodek anizotropowy: θ jest kątem nachylenia osi symetrii anizotropii w przypadku TTI, Ψ jest kątem między tą osią symetrii a płaszczyzną XOZ , ε, δ są powszechnie znanymi parametrami Thomsena dla fali podłużnej. Rozwiązanie równań dyspersyjnych dla wszystkich wymienionych przypadków zostało omówione w pracach Instytutu [7, 8].

W niejednorodnych ośrodkach równanie (2) zastępujemy formą pseudospektralną:

$$\frac{\partial P(x, z, t)}{\partial t} = i V_p(x, z) F^{-1} \{ k_a F [P(x, z, t)] \} \quad (5)$$

gdzie $F(x \rightarrow k_x, z \rightarrow k_z)$ i $F^{-1}(k_x \rightarrow x, k_z \rightarrow z)$ są operatorami transformacji Fouriera z (x, z) dziedziny do (k_x, k_z) dziedziny i odwrotnie.

Numerycznym rozwiązaniem tego równania jest rozwinięcie pola falowego szeregiem Taylora ograniczonym do trzeciego wyrazu:

$$P(x, z, t) = \sum_{l=0}^3 \frac{\partial^l P(x, z, 0)}{\partial t^l} \frac{\Delta t^l}{l!} \quad (6)$$

przy warunku początkowym $P(x, z, t=0)$ dla $t=0$. Drugą i trzecią pochodną otrzymujemy bezpośrednio z transformat Fouriera:

$$\frac{\partial^2 P(x, z, t)}{\partial t^2} = -V_p^2(x, z) F^{-1} \{ k_a^2 F [P(x, z, t)] \} \quad (7)$$

$$\frac{\partial^3 P(x, z, t)}{\partial t^3} = -i V_p^3(x, z) F^{-1} \{ k_a^3 F [P(x, z, t)] \} \quad (8)$$

Ze wzorów (5–8) otrzymujemy proces propagacji fal podłużnych w ośrodkach izotropowych i anizotropowych wyżej wymienionych typów, gdzie prędkość podłużna fali jest funkcją współrzędnych x, z , co pozwala modelować przemieszczanie

się fali w ośrodku niejednorodnym. Stabilność rozwiązania numerycznego zapewnia zależność [6]:

$$\omega_a \Delta t \leq 2 \quad (9)$$

gdzie Δt jest krokiem próbkowania w czasie t .

Opisana tu metoda pozwala precyzyjnie modelować sygnał sejsmiczny propagujący albo „ku dołowi”, albo „w górę”. W ośrodkach charakteryzujących się zmiennością parametrów anizotropii lub zmianą modelu anizotropii pojawia się problem ich aplikowania w obszarze opisywanym współrzędnymi przestrzennymi. Takie istotne ograniczenie metody nie pozwala modelować wkładek anizotropowych w strukturach wgłębnych symulujących przykładowo spękania lub szczeliny w wybranej warstwie.

Rozwiązaniem jest podział ośrodka na części i zaaplikowanie każdej z nich odrębnej wartości częstotliwości własnej ω_a związanej z charakterem przypisanego danej części typu anizotropii. Propagacja w każdej z części przebiega zgodnie ze wzorami (5–8), ale składanie poszczególnych składników pola następuje zgodnie z podziałem na obszary. Jeśli więc podzielić pole falowe $P(k_x, k_z, t)$ na J obszarów $P_j(k_x, k_z, t)$ tak, aby:

$$P(x, z, t) = \sum_{j=0}^J P_j(x, z, 0) \quad (10)$$

i przeprowadzimy numeryczne obliczenia dla każdego z nich z osobna, otrzymując pochodne rozwinięcia Taylora przy właściwym każdemu obszarowi zestawie częstotliwości własnych ω_a , na końcu otrzymamy w każdym kroku iteracji pole falowe opisane wzorem:

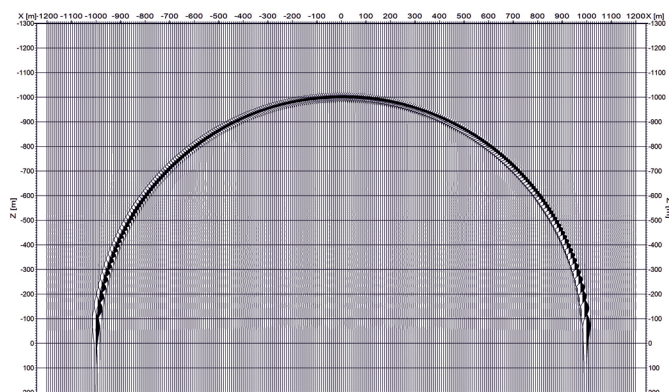
$$P(x, z, t) = \sum_{l=0}^3 \sum_{j=1}^J \frac{\partial^l P_j(x, z, 0)}{\partial t^l} \frac{\Delta t^l}{l!} \quad (11)$$

które będzie pożądanym wynikiem.

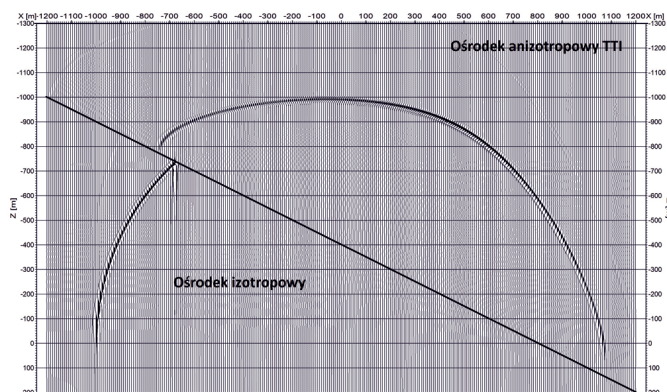
Przykłady propagacji

Rysunki 1–5 prezentują takie zastosowanie dla ośrodka zróżnicowanego pod względem modelu anizotropii. Fala podłużna propaguje ku górze w obszarach izotropowym i anizotropowym, granice obszarów wskazuje linia ciągła. Rysunek 1 pokazuje propagację w ośrodku izotropowym.

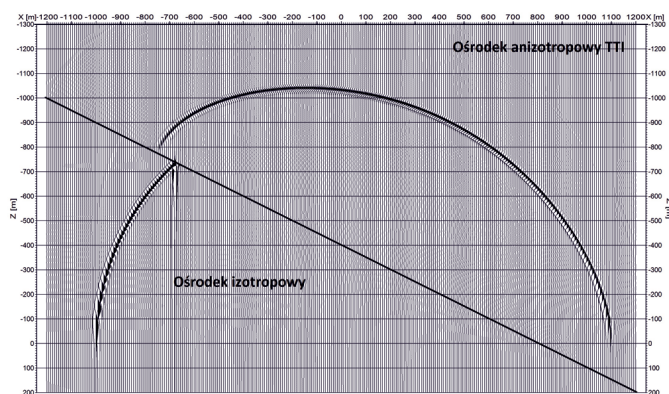
Na kolejnych obrazach przedstawiono propagację z podziałem na dwa obszary przy różnych typach anizotropii.



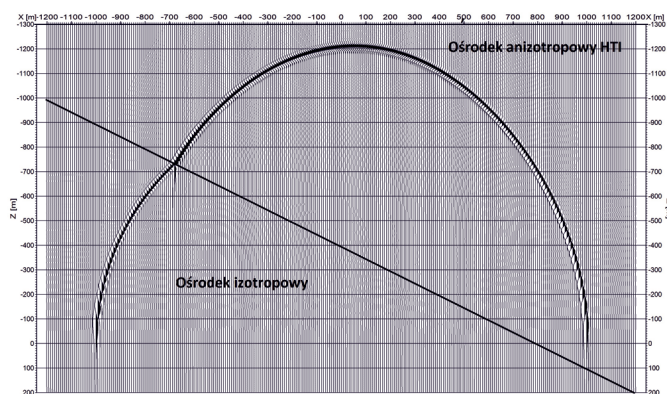
Rys. 1. Propagacja w ośrodku izotropowym, prędkość: 1 km/s, czas: 1 s, start impulsu: (0,0)



Rys. 2. Propagacja w ośrodku złożonym, w dolnej części rysunku ośrodek izotropowy, w górnej – anizotropowy typu TTI, parametry: $\varepsilon = 0,4$; $\delta = -0,2$; $\Theta = 30^\circ$



Rys. 3. Propagacja w ośrodku złożonym, w dolnej części rysunku ośrodek izotropowy, w górnej – anizotropowy typu TTI, parametry: $\varepsilon = 0,4$; $\delta = 0,2$; $\Theta = 30^\circ$



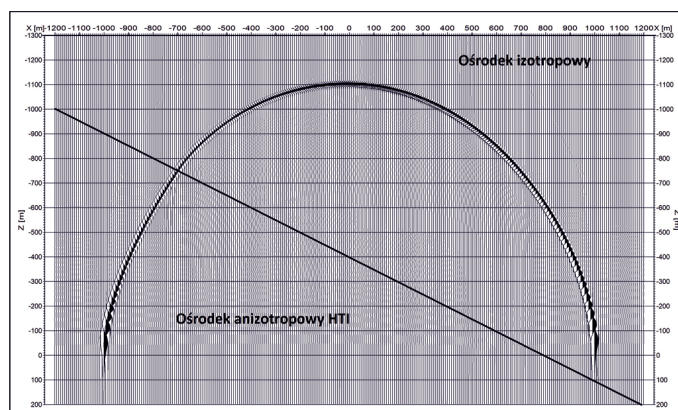
Rys. 4. Propagacja w ośrodku złożonym, w dolnej części rysunku ośrodek izotropowy, w górnej – anizotropowy typu HTI, parametry: $\varepsilon = 0,4$; $\delta = -0,2$; $\Psi = 90^\circ$

Linia ciągła wyznacza podział obszaru propagacji fali na dwie części opisane przez różne typy ośrodka, granica taka może być wyznaczona dowolnie, choć wydzielone obszary muszą stanowić ciągłe przestrzenie propagacji.

Opisana metoda jest więc stosunkowo uniwersalna i stanowi mocne narzędzie do modelowania sejsmicznego.

Podsumowanie i wnioski

Opisywana metoda znacząco rozszerza możliwości modelowania sejsmicznego przy użyciu jednostronnego równania falowego, możliwe jest wówczas odwzorowanie złożonych ośrodków o zmiennej prędkości i różnych typach anizotropii, a więc symulowanie propagacji w ośrodkach zbliżonych do rzeczywistych o złożonych strukturach. Metoda czyni również możliwą ocenę wpływu szczelinowania na obraz falowy. Możliwe wydaje się jej rozszerzenie na modelowanie ośrodka o ciągłym rozkładzie parametrów Thomsena dla różnych typów anizotropii, co wiąże się jednak ze znacznym zwiększeniem nakładu pracochłonności przy obliczeniach numerycznych. Algorytm modelowania w dużej mierze oparty jest na intensywnym wykorzystaniu transfor-



Rys. 5. Propagacja w ośrodku złożonym, w dolnej części rysunku ośrodek anizotropowy typu HTI, parametry: $\varepsilon = 0,4$; $\delta = -0,2$; $\Psi = 90^\circ$, w górnej – izotropowy

maty FFT. Mnogość bibliotek tej transformaty zoptymalizowanych pod kątem hardwarowym i systemowym czyni go stosunkowo efektywnym i ułatwia jego wykorzystywanie. W przypadku modelowania ośrodka o ciągłym rozkładzie parametrów konieczne jest stosowanie splotu dwuwymiarowego w miejsce transformaty Fouriera, co wiąże się z utratą wydajności obliczeń.

Prosimy cytować jako: Nafta-Gaz 2018, nr 12, s. 894–897, DOI: 10.18668/NG.2018.12.03

Artykuł przysłano do Redakcji 23.11.2017 r. Zatwierdzono do druku 17.12.2018 r.

Artykuł powstał na podstawie pracy statutowej pt.: *Sposób obliczeń pola falowego dla offsetów niezerowych przy użyciu równania jednostronnego* – praca INiG – PIB na zlecenie MNiSW; nr zlecenia: 0117/SR/17, nr archiwalny: DK-4100-119/17.

Literatura

- [1] Alkhalifah T.: *Acoustic approximation for processing in transverse isotropic media*. Geophysics 1998, vol. 63, nr 2, s. 623–631.
- [2] Alkhalifah T.: *An acoustic wave equation for anisotropic media*. Geophysics 2000, vol. 65, nr 4, s. 1239–1250.
- [3] Alkhalifah T.: *Traveltime computation with the linearized eikonal equation for anisotropic media*. Geophysical Prospecting 2002, vol. 50, nr 4, s. 373–382.
- [4] Du X., Fletcher R., Fowler P.J.: *A new pseudo-acoustic wave equation for TI media*. 70th Annual International Conference and Exhibition EAGE 2008, Extended Abstracts, H033.
- [5] Duvencek E., Bakker P.M.: *Stable P-wave modeling for reverse time migration in tilted media*. Geophysics 2011, vol. 76, nr 2, s. 565–575, DOI: 10.1190/1.3533964.
- [6] Gazdag I.: *Modeling of the acoustic wave equation with transform methods*. Geophysics 1981, vol. 46, nr 6, s. 854–859.
- [7] Kostecki A., Półchłopek A., Żuławiński K.: *Odwzorowanie struktur wgłębnych w ośrodkach anizotropowych metodą migracji sejsmicznej*. Prace Naukowe Instytutu Nafty i Gazu – Państwowego Instytutu Badawczego 2013, nr 191, s. 1–134.
- [8] Kostecki A., Żuławiński K.: *Forward and back-propagation of compressional waves in horizontal transverse isotropy (HTI) media*. Prace Naukowe Instytutu Nafty i Gazu – Państwowego Instytutu Badawczego 2016, nr 212, s. 1–218.
- [9] Kostecki A., Żuławiński K.: *Modeling and seismic migration in anisotropic media as a function of azimuthal angle – HTI(Ψ)*. Nafta-Gaz 2016, nr 9, s. 60–71, DOI: 10.18668/NG.2016.09.01.
- [10] Kostecki A., Żuławiński K.: *Modelowanie i migracja sekcji czasowych zero-offsetowych w ośrodkach TTI metodą pseudospektralną*. Nafta-Gaz 2014, nr 12, s. 855–860.
- [11] Kostecki A., Żuławiński K.: *Propagacja fal podłużnych w ośrodkach anizotropowych na przykładzie struktury uskokowej horstu*. Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna Geopetrol 2016, Prace Naukowe Instytutu Nafty i Gazu – Państwowego Instytutu Badawczego 2016, nr 209, s. 209–221.
- [12] Thomsen L.: *Weak elastic anisotropy*. Geophysics 1986, vol. 51, no. 10, s. 1954–1966.
- [13] Zhang H., Zhang Y.: *Reverse time migration in 3D heterogeneous TTI media*. 78th Annual Inter. Meeting SEG 2008. Expanded Abstracts, vol. 27, s. 2196–2200.
- [14] Zhang L., Rector III J.W., Hoversten M.: *Finite-difference modeling of wave propagation in acoustic tilted TI media*. Geophysical Prospecting 2005, vol. 53, nr 6, s. 843–852.
- [15] Zhou H., Zhang G., Bloor R.: *An anisotropic acoustic wave equation for modeling and migration in 2D TTI media*. 76th Annual International Meeting SEG 2006, Expanded Abstracts, vol. 25, s. 194–198.
- [16] Zhou H., Zhang G., Bloor R.: *An anisotropic acoustic wave equation for VTI media*. 68th Annual International Conference EAGE 2006, Extended Abstracts.



Mgr inż. Krzysztof ŻUŁAWIŃSKI
Starszy specjalista badawczo-techniczny
w Zakładzie Sejsmiki
Instytut Nafty i Gazu – Państwowy Instytut Badawczy
ul. Lubicz 25 A
31-503 Kraków
E-mail: krzysztof.zulawinski@inig.pl